

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 08.01.2019

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

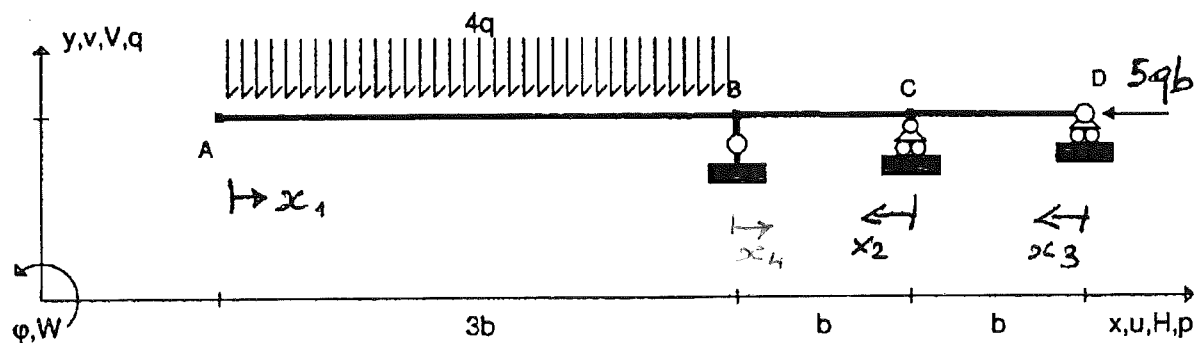
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.19*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

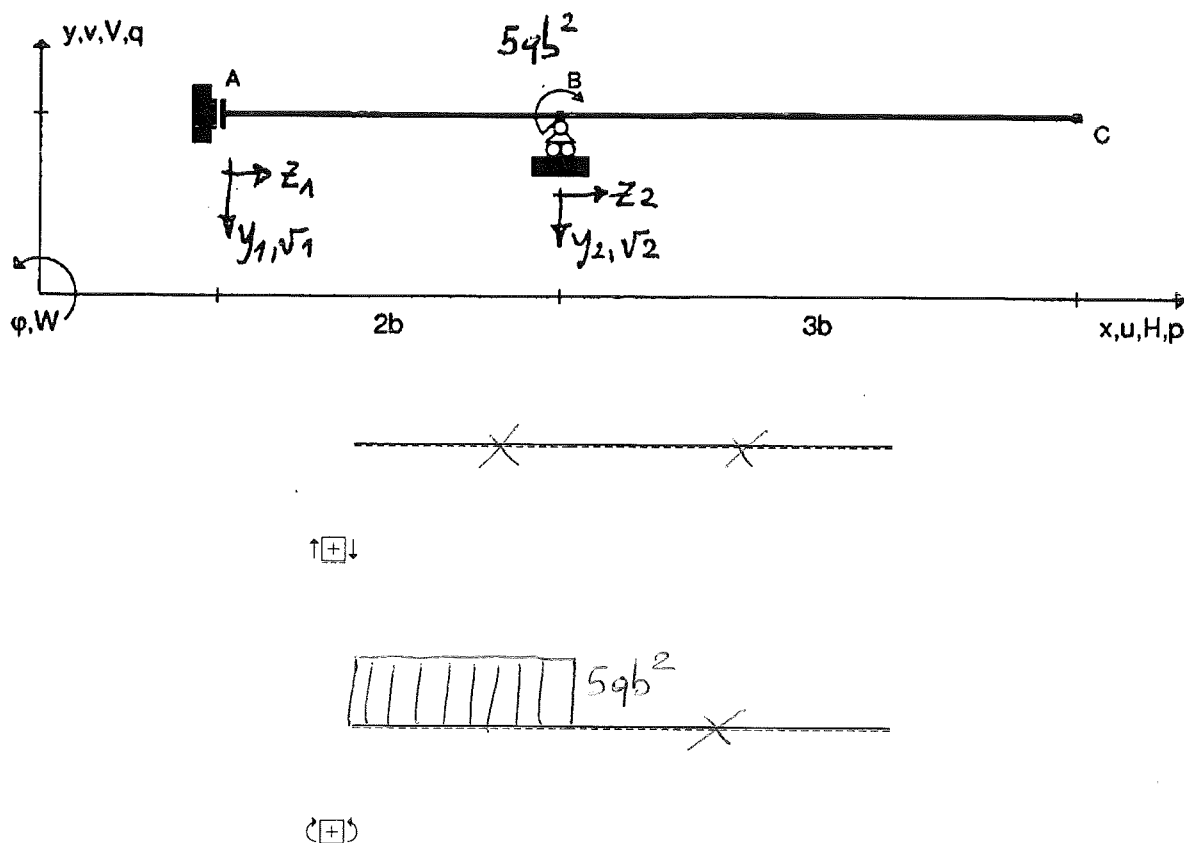
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto A , v_A ;
4. La rotazione del punto C , θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.19*001



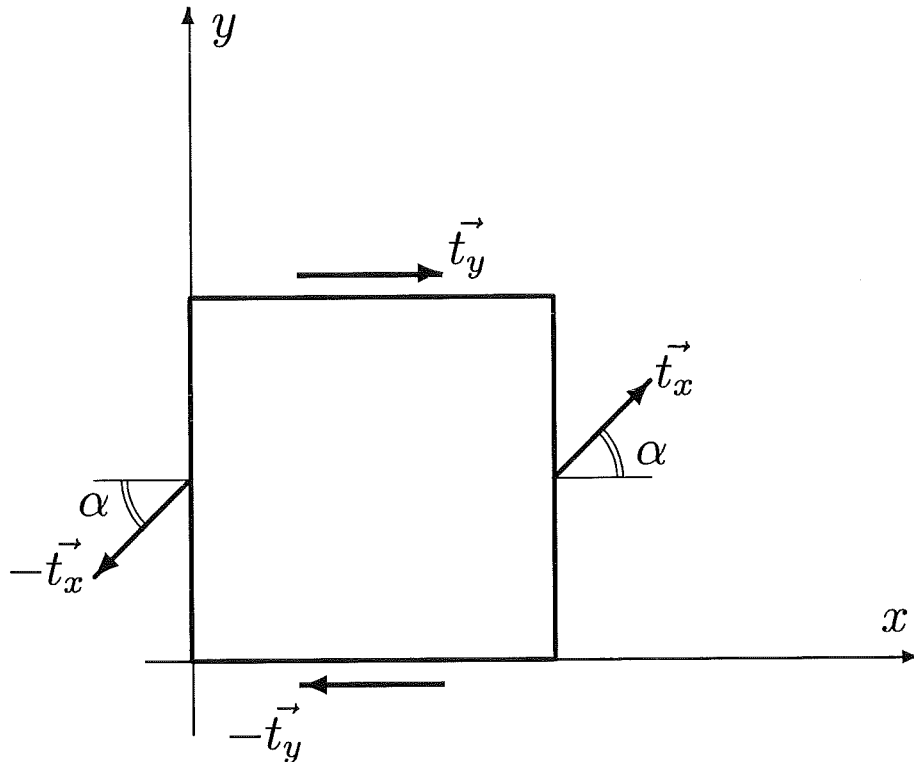
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \dots 0 \dots; M_A (\curvearrowright) = \dots 5qb^2 \dots; V_B (\uparrow) = \dots 0 \dots; \\
 N_{AB} &= \dots 0 \dots; T_{AB} = \dots 0 \dots; M_{AB} = \dots -5qb^2 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots 0 \dots; T_{BC} = \dots 0 \dots; M_{BC} = \dots 0 \dots; \\
 \text{c.c in A} &= \dots v_1'(z_1=0) = 0 \dots; \text{c.c in B} = \dots \begin{cases} v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) = 0 \\ v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) \end{cases} \dots; \\
 \text{c.c in C} &= \dots // \dots; \\
 v_1(z_1) &= \dots -\frac{10qb^4}{EI} + \frac{5}{2} \frac{qb^2 z_1^2}{EI} \dots; v_1'(z_1) = \dots \frac{5}{EI} qb^2 z_1 \dots; \\
 v_2(z_2) &= \dots \frac{10}{EI} qb^3 z_2 \dots; v_2'(z_2) = \dots \frac{10}{EI} qb^3 \dots; \\
 v_A &= \dots -\frac{10qb^4}{EI} (\uparrow) \dots; \theta_C = \dots +\frac{10qb^3}{EI} (\curvearrowright) \dots;
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = +1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 64$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

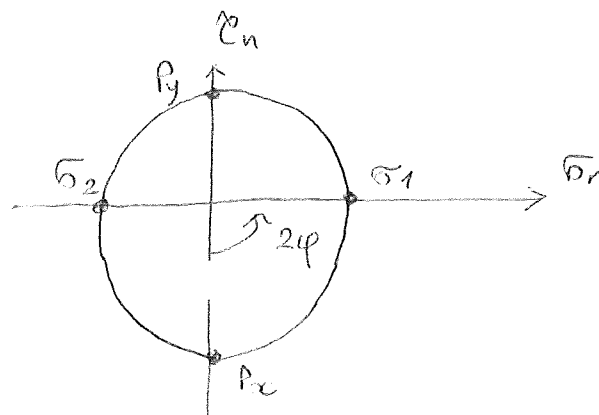
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 64.0000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 64.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -64.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 64.0000 \text{ (MPa)};$$

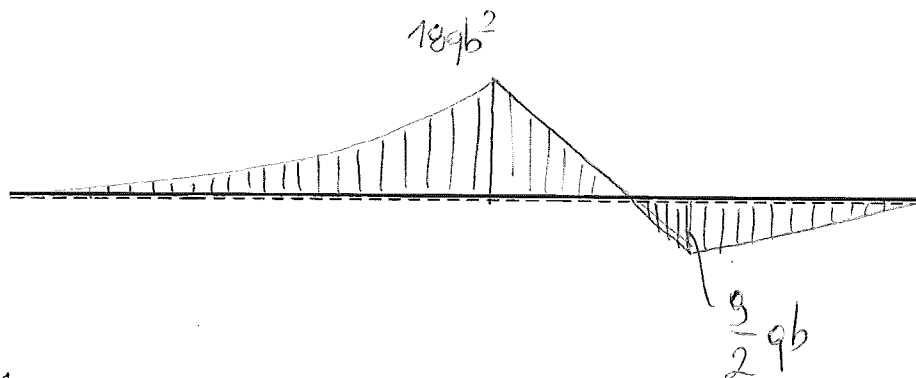
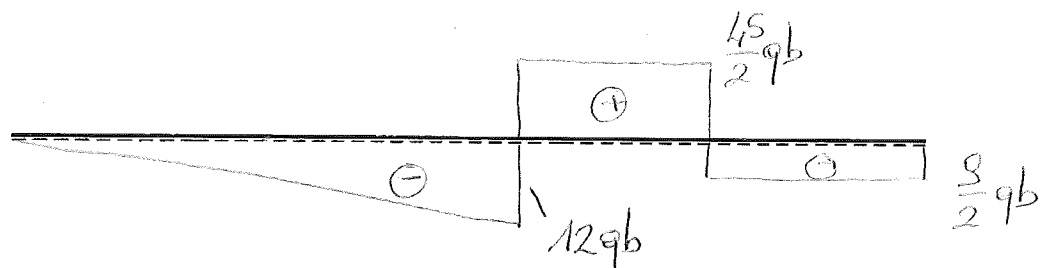
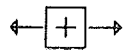
cerchio di Mohr:



$$P_x = (0.000, -64.000)$$

$$P_y = (0.000, +64.000)$$

$$\varphi = 45.0000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$H_B (\Rightarrow) = 5qb$	$V_B (\uparrow) = 6\sqrt{2}qb$	$V_C (\uparrow) = -21qb$	$V_D (\uparrow) = 9/2qb$	$M_C (\curvearrowright) = 9/2qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -4qx$	$M_{AB} = -2qx^2$		
$N_{CB} = -5qb$	$T_{CB} = \frac{45}{2}qb$	$M_{CB} = \int \frac{9}{2}qb^2 - \frac{45}{2}qb x_2$		
$N_{DC} = -5qb$	$T_{DC} = -\frac{9}{2}qb$	$M_{DC} = \frac{9}{2}qb x_3$		
$v_A = -\frac{225}{4} \frac{qb^4}{EJ}$	(*)			

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 08.01.2019

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

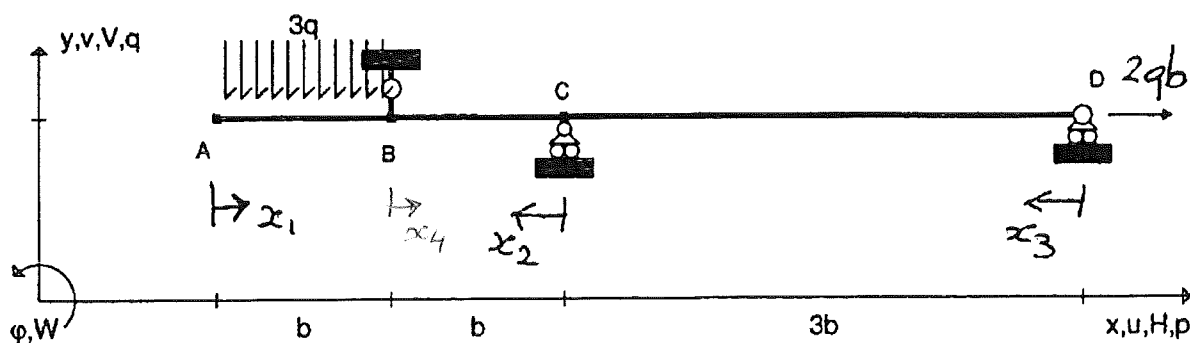
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.19*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

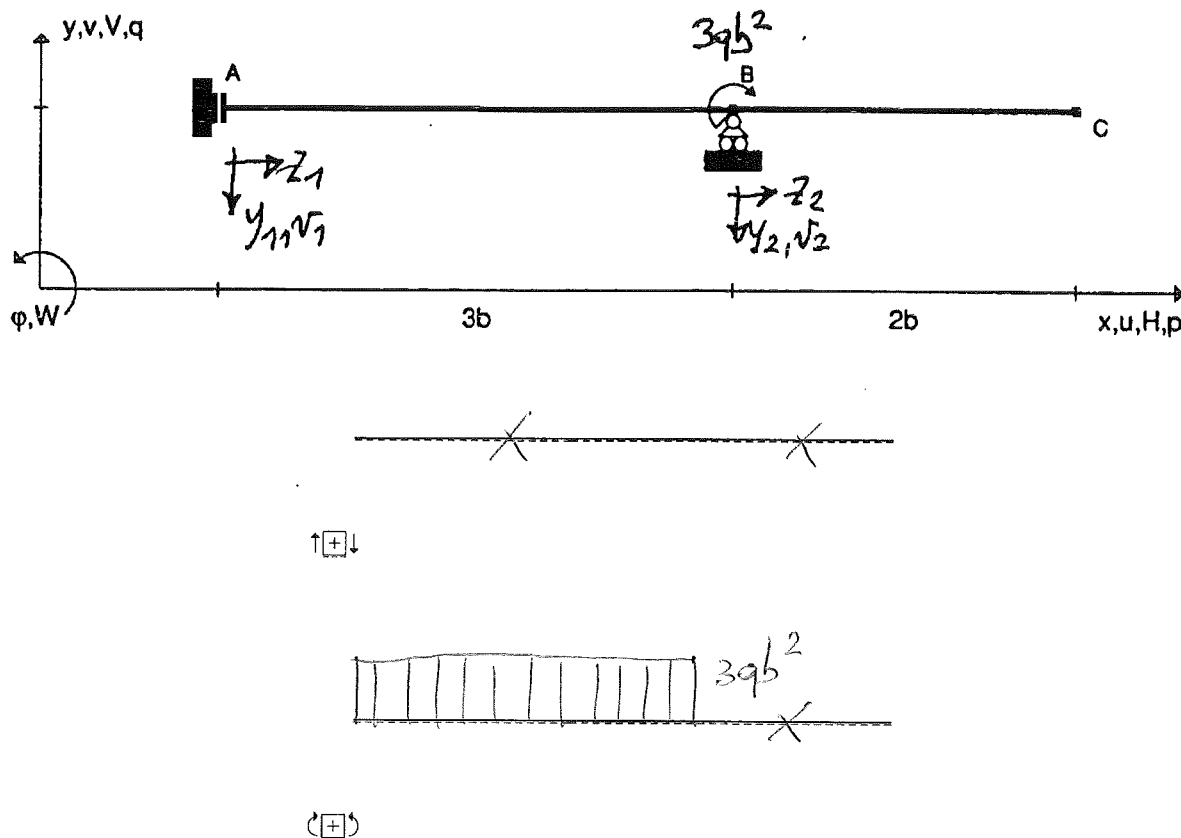
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto A , v_A ;
4. La rotazione del punto C , θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.01.19*002



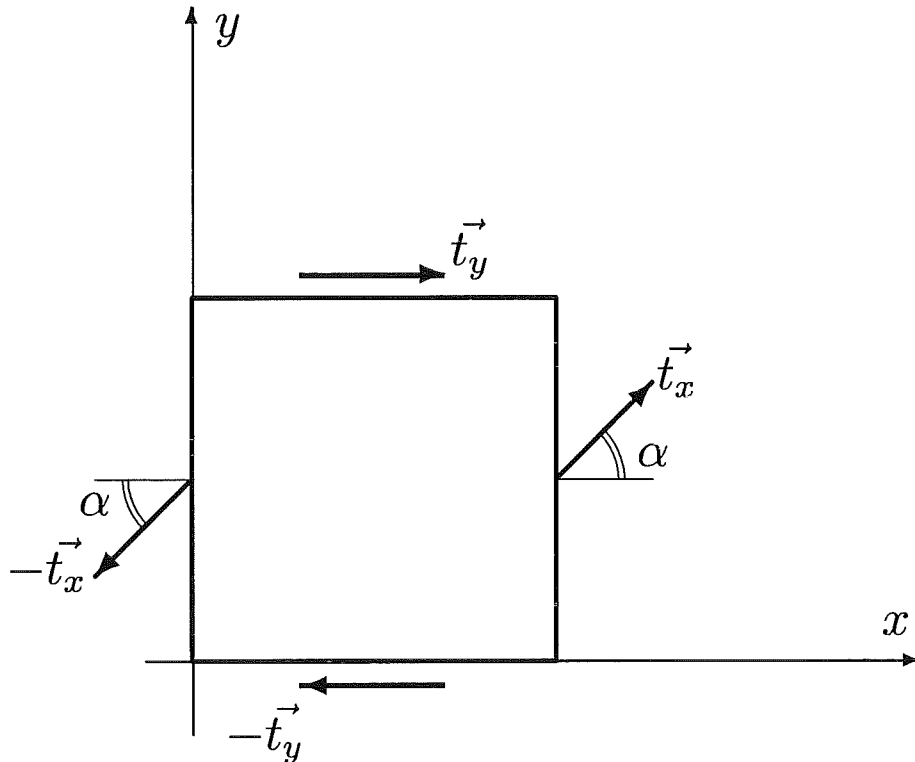
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; M_A (\curvearrowright) = 3qb^2; V_B (\uparrow) = 0; \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = 0; M_{AB} = -3qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; T_{BC} = 0; M_{BC} = 0; \\
 \text{c.c in } A &= v_1'(z_1=0) = 0; \text{ c.c in } B = \begin{cases} v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in } C &= \text{free end}; \\
 v_1(z_1) &= -\frac{27}{2} \frac{qb^4}{EI} + \frac{3}{2} \frac{qb^2 z_1^2}{EI}; v_1'(z_1) = \frac{3qb^2 z_1}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{9}{EI} qb^3 z_2; v_2'(z_2) = \frac{9}{EI} qb^3; \\
 v_A &= -\frac{27}{2} \frac{qb^4}{EI} (\uparrow); \theta_C = +\frac{9}{EI} qb^3 (\searrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = +1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 86$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

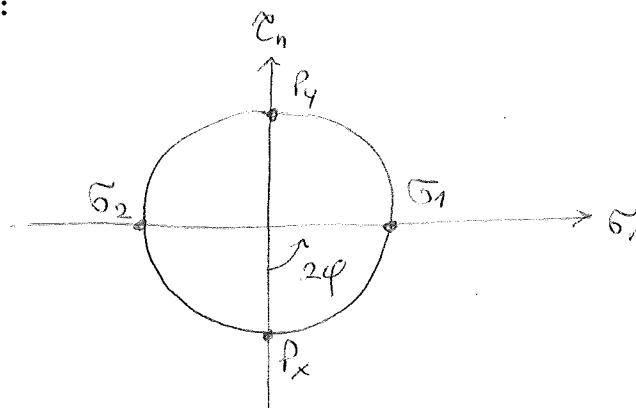
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0.000000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.000000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 86.000000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 86.000000 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -86.000000 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 86.000000 \text{ (MPa)};$$

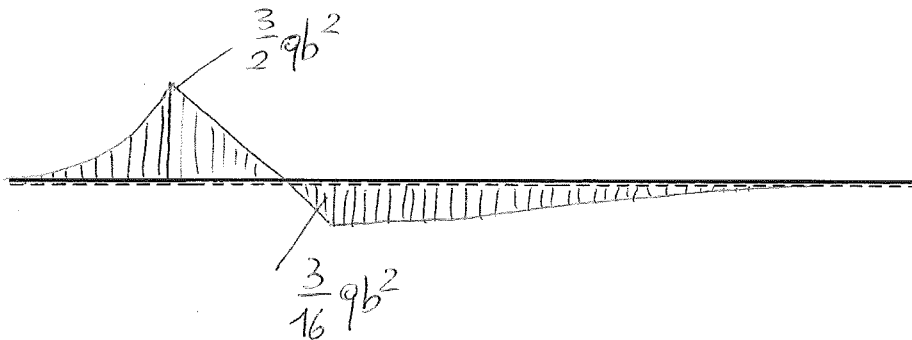
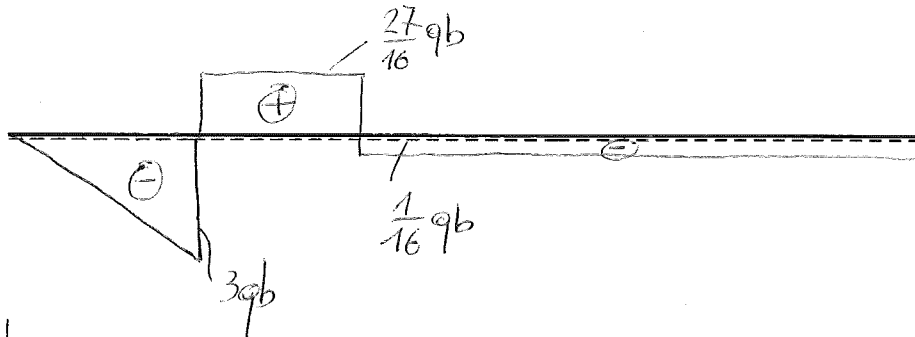
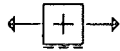
cerchio di Mohr:



$$p_x = (0.000, -86.000)$$

$$p_y = (0.000, +86.000)$$

$$\varphi = 45.000000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 H_B (\Rightarrow) &= -2qb; & V_B (\uparrow) &= \frac{75}{16}qb; & V_C (\uparrow) &= -\frac{7}{4}qb; & V_D (\uparrow) &= \frac{1}{16}qb; & M_C (\curvearrowright) &= \frac{3}{16}qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -3qb; & M_{AB} &= -\frac{3}{2}qb^2; \\
 N_{CB} &= 2qb; & T_{CB} &= \frac{27}{16}qb; & M_{CB} &= \int \frac{3}{16}qb^2 - \frac{27}{16}qb^2 \\
 N_{DC} &= 2qb; & T_{DC} &= -\frac{1}{16}qb; & M_{DC} &= \frac{1}{16}qb^3; \\
 V_A &= -\frac{27}{32}qb^4
 \end{aligned}$$